برای پیدا کردن زیر مجموعه های m تایی یک مجموعه n تایی به صورت زیر عمل می کنیم:

فرض کنیم در بین n عضو مجموعه هیچ عضو تکراری وجود ندارد.

ابتدا m خانه در نظر می گیریم

در خانه اول یکی از n مقدار را قرار می دهیم

در خانه دوم یکی دیگر از (n-1) مقدار باقیمانده را قرار می دهیم

در خانه سوم یکی از (n-2)مقدار باقیمانده رو قرار می دهیم

...

در خانه m ام یکی از (n-m+1) مقدار باقیمانده را قرار می دهیم

به این ترتیب یکی از زیر مجوعه ها بدست می آید

از این روش برای بدست آوردن مابقی زیر مجموعه ها استفاده می کنیم.

برای راحتی مجموعه را A می نامیم و اعضای آنرا با ai  نشان می دهیم.

منظور از xi مقدار خانه i ام است.

مرحله اول : در خانه اول a1 قرار می دهیم:

با دادن مقادیر متفاوت به Xi ها تمام زیرمجموعه های m تایی که با a1 شروع می شوند را بدست می آوریم.

مجموعه ای شامل تمام مجموعه های بدست آمده تشکیل داده و آنرا A1 می نامیم.

مرحله دوم : در خانه اول a2 را قرار می دهیم:

با دادن مقادیر متفاوت به Xi ها تمام زیرمجموعه های m تایی که با a2 شروع می شوند را بدست می آوریم.

مجموعه ای شامل تمام مجموعه های بدست آمده تشکیل داده و آنرا A2 می نامیم.

مرحله n ام: در خانه اول an قرار می دهیم:

با دادن مقادیر متفاوت به Xi ها تمام زیرمجموعه های m تایی که باan شروع می شوند را بدست می آوریم.

مجموعه ای شامل تمام مجموعه های بدست آمده تشکیل داده و آنرا An می نامیم.

اجتماع A1,A2, . . . ,An را بدست می آوریم:

**Aresualt = A1** U **A2** U **…** U **An**

**Aresualt**  شامل تمام زیر مجموعه های m تایی A است ولی در بین اعضای آن تکرار وجود دارد.

برای حذف زیر مجمو عه های تکراری به صورت زیر عمل می کنیم:

* اعضای مشترک بین A1 و A2 را بدست آورده و از اعضای A2 کم می کنیم

**A'2=A2-{A2 n A1}**

سپس

**A'3=A3-{A3 n { A'2 U A1}}**

سپس

**A'4=A4-{A4 n { A'3 U A'2 UA1}}**

وبالاخره:

**A'n=An-{An n {A'n-1 U . . . U A'3 U A'2 UA1}}**

اجتماع A1,A'2,A'3, . . . , A'n را بدست می آوریم:

**A'resualt = A1** U **A'2** U **…** U **A'n**

**A'resualt** شامل تمام زیر مجموعه های m تایی مجموعه A و بدون اعضای تکراری است.

**اعضای A'2 :**

اعضای A1 همگی با a1 شروع می شوند.

اعضای A2 همگی با a2 شروع می شوند، این اعضا را به دوزیر مجموعه تقسیم می کنیم:

{ اعضای A2 که a1 را در عضویت خود دارند} A12=

{ اعضای A2 که a1 را در عضویت خود ندارند} A22=

اعضای A22 در بین اعضای A1 وجود ندارند زیرا تمام اعضای A1 در خود a1 دارند.

A22 n A1 = 0

اعضای A12 همگی در A1 وجود دارند.

اثبات:

فرض کنیم B یکی از اعضای A12 است:

**B={a2,x2,x3,…,a1,xi,…,xm}**

B را بصورت زیر مرتب می کنیم:

**B={a1,a2,x2,x3,…,xi,…,xm}**

**X2Є A-{a1,a2}**

**X3Є A-{a1,a2,x2}**

**X4Є A-{a1,a2,x2,x3}**

**. . .**

A11 را بصورت زیر تعریف می کنیم:

} اعضای A1 که a2 را در خود دارند}= A11

و اعضای آنراCJ می نامیم.

**Cj={a1,x '2,x'3, . . . ,a2,xj,,…,x'm}**

**X'2Є A-{a1,a2}**

**X'3Є A-{a1,a2,x'2}**

**X'45Є A-{a1,a2,x'2,x'3}**

**. . .**

Cj ها را بصورت زیر مرتب می کنیم:

**Cj={a1,a2,x '2,x'3, . . .,xj,,…,x'm}**

**X'2Є A-{a1,a2}**

**X'3Є A-{a1,a2,x'3}**

**X'4Є A-{a1,a2,x'3,x'4}**

**. . .**

همانطور که دیده می شود:

**X2,X'2 Є A-{a1,a2}**

بنابراین تعدادی Cj وجود دارد که در آنها x'2=x2 است.

A21 را بصورت زیر تعریف می کنیم:

} اعضای A1 که a2 و x2 را در خود دارند}= A21

و اعضای آنراC1J می نامیم.

C1j={a1,a2,x2,x'3,…,x'm}

X'3Є A-{a1,a2,x2}

X'4Є A-{a1,a2,x2,x'3}

**. . .**

همانطور که دیده می شود:

X3,x'3 Є A-{a1,a2,x2}

بنابراین C1j هایی وجود دارند که درآنها x3=x'3 است

A31 را بصورت زیر تعریف می کنیم:

} اعضای A1 که a2 و x2 و x3 را در خود دارند}= A31

و اعضای آنراC2J می نامیم.

C2j={a1,a2,x2,x3,…,x'm}

X'4Є A-{a1,a2,x2,x3}

. . .

با ادامه دادن محاسابت به همین طریق خواهیم دید که :

} اعضای A1 که a2 و x2 و x3 و . . . و xmرا در خود دارند}= Am1

چون تمام اعضای A1 خود دارای m عضو هستند بنابراین اعضای Am1 دارای m عضو و شامل a1,a2,x2,x3,…..,xm هستند، از طرفی B نیز همین شرایط را دارد بنابراین:

BЄ Am1

و چون

A1 Є Am1

در نتیجه:

BЄ A1

و در انتها به این نتیجه می رسیم که:

Є A1 A12

از نتایج بدست آمده برای محاسبه A'2 استفاده می کنیم:

A2 n A1= A12

A'2=A2- A12

A'2=A22

{ اعضای A2 که a1 را در عضویت خود ندارند} A'2=

A'2 را بصورت زیر نمایش می دهیم:

**محاسبه A'3 :**

{ اعضای A3 که در خود a1 دارند}A13=

{اعضای A3 که در خود a1 را ندارند}A23=

با استدلالی مشابه با استدلالی که در محاسبه A'2 کردیم به این نتیجه می رسیم که:

A13 Є A1

{ اعضای A23 که در خود a2 دارند}A213=

{اعضای A23 که در خود a2 را ندارند}A223=

با استدلالی مشابه با استدلالی که در محاسبه A'2 کردیم به این نتیجه می رسیم که:

A213 Є A'2

از نتایج بدست آمده برای محاسبه A'3 استفاده می کنیم:

A3 n { A'2 U A1}= A13 U A213

A'3=A3 – {A3 n { A'2 U A1}}= A223

{اعضای A3 که در خودa1 و a2 را ندارند} ={اعضای A23 که در خود a2 را ندارند}A'3=

A'3 را بصورت زیر نمایش می دهیم:

A'4,A'5, . . . ,A'n از همین روش بدست می آیند.

استفاده از روش بازگشتی برای محاسبه A1:

تمامی اعضای A1 با a1 شروع می شوند:

{a1,X2,X3, . . . ,Xm}= {a1} U { x2,x3, . . . ,xm}

برای محاسبه اعضای A1 کافیست ابتدا تمام زیر مجموعه های ممکن m-1 تایی مجموعه {a2,a3, . . . ,an} را بدست آوریم، سپس اجتماع تک تک این زیر مجموعه ها را با {a1} بدست می آوریم، به این ترتیب مسئله پیدا کردن زیر مجموعه های m تایی A1 تبدیل شد به پیدا کردن زیر مجموعه های m-1 تایی {a2,a3, . . . ,an}، برای محاسبه زیر مجموعه های m-1 تایی {a2,a3, . . . ,an} از الگوریتمی که برای پیدا کردن زیر مجموعه های m تایی مجموعه A استفاده کردیم استفاده می کنیم. همانطور که می بینید مسئله m-1 تایی خود تبدیل می شود به مسئله m-2 تایی و الی آخر تا اینکه مسئله تبدیل می شود به پیدا کردن زیر مجموعه های 2 تایی، بنابراین کافیست یک الگوریتم برای پیدا کردن زیر مجموعه های دو تایی و یک الگوریتم برای اجتماع دو مجموعه بنویسیم و با استفاده از روش بازگشتی زیر مجموعه های 3 و4و . . . و m تایی را بدست آوریم.

استفاده از روش بازگشتی برای محاسبه A'i:

A'i را بصورت زیر نشان دادیم:

تمامی اعضای A'i با ai شروع می شوند:

{ai,X2,X3, . . . ,Xm}= {ai} U { x2,x3, . . . ,xm}

برای محاسبه اعضای A'i کافیست ابتدا تمام زیر مجموعه های ممکن m-1 تایی مجموعه {ai,ai+1, . . . ,an} را بدست آوریم، سپس اجتماع تک تک این زیر مجموعه ها را با {ai} بدست می آوریم، به این ترتیب مسئله پیدا کردن زیر مجموعه های m تایی A1 تبدیل شد به پیدا کردن زیر مجموعه های m-1 تایی {ai,ai+1, . . . ,an}، برای محاسبه زیر مجموعه های m-1 تایی {ai,ai+1, . . . ,an} از الگوریتمی که برای پیدا کردن زیر مجموعه های m تایی مجموعه A استفاده کردیم استفاده می کنیم.

همانطور که می بینید مسئله m-1 تایی خود تبدیل می شود به مسئله m-2 تایی و الی آخر تا اینکه مسئله تبدیل می شود به پیدا کردن زیر مجموعه های 2 تایی، بنابراین کافیست یک الگوریتم برای پیدا کردن زیر مجموعه های دو تایی و یک الگوریتم برای اجتماع دو مجموعه بنویسیم و با استفاده از روش بازگشتی زیر مجموعه های 3 و4و . . . و m تایی را بدست آوریم.

توجه: نکته جالب این است که بدست آوردن زیر مجموعه های 2 تایی درست مانند بدست آوردن زیر مجموعه های m تایی است.

توجه: اگر مجموعه A دارای اعضای تکراری باشد این اعضا در محاسبات وارد نمی شوند بنابراین در اولین مرحله اعضای تکراری را از مجموعه حذف می کنیم و سپس محاسبات را شروع می کنیم.

الگوریتم برنامه:

ابتدا A1,A'2,A'3, . . . ,A'n-m را تشکیل می دهیم

زیر مجموعه های m-1 تایی A1-{a1} رابدست آورده و اجتماع هر کدام با {a1} را به عنوان نتیجه چاپ می کنیم.

زیر مجموعه های m-1 تایی A'2-{a2} رابدست آورده و اجتماع هر کدام با {a2} را به عنوان نتیجه چاپ می کنیم.

.

.

.

زیر مجموعه های m-1 تایی A'n-m-{an} رابدست آورده و اجتماع هر کدام با {an} را به عنوان نتیجه چاپ می کنیم.

پایان الگوریتم

توجه کنید که A'n-m دارای m عضو و A'n-m+1 دارای m-1 عضو است بنابراین دارای زیر مجموعه m عضوی نخواهد بود به همین دلیل تشکیل A'n-m+1 و مجموعه های بعد از آن کاری بیهوده است.